

Computersimulationen von Vielteilchensystemen

Projekt 6: Zelluläre Automaten

Viele Phänomene in der Wissenschaft beruhen auf sehr komplexen Wechselwirkungen. Manche davon können aber auch mit Hilfe einfacher Regeln beschrieben werden. Diese Konstrukte nennt man Zelluläre Automaten. Zu den Anwendungsbeispielen gehören das Ising Modell, Fluid-Dynamik (Gitter-Gas), Selbstorganisation (Sand-Hügel), Erdbeben, Waldbrände, „Spiel des Lebens“, ... ([1]).

In der folgenden Projektarbeit sollen Sie ein- und zwei-Dimensionale Automaten selbst programmieren und ihr Verhalten analysieren.

Durchführung:

- a) Programmieren Sie einen ein-Dimensionalen Automaten mit der Regel:

$$a(x, t) = 1 \quad \text{wenn} \quad \sum_{y=x-1}^{x+1} a(y, t-1) = 1 \quad , \quad 0 \quad \text{sonst}$$

wobei $a(x, t)$ der Wert an der Position x zur Zeit t ist. Nehmen Sie eine Zufallsverteilung als Startwert. Was erkennen Sie?

- b) Erweitern Sie nun Ihr Modell auf zwei Dimensionen und implementieren Sie die Regeln des „Spiel des Lebens“:

$$\begin{aligned} a(x, y, t-1) = 0 &\rightarrow a(x, y, t) = 1 \quad \text{wenn} \quad w(x, y, t-1) = 3, 0 \quad \text{sonst} \\ a(x, y, t-1) = 1 &\rightarrow a(x, y, t) = 1 \quad \text{wenn} \quad 1 < w(x, y, t-1) < 4, 0 \quad \text{sonst} \end{aligned}$$

wobei $w(x, y, t)$ die Summe der nächsten Nachbarn ist. Simulieren Sie neben zufallsverteilten Startwerten auch bekannte Startkonfigurationen wie den „Blinker“ und den „Wanderer“ ([1, 11.1.3]).

- c) Verändern Sie nun die Regeln für Ihr zwei-Dimensionales System, so dass Sie einen einfachen Automaten für die Vorhersage für Erdbeben bekommen:

$$F(x, y, t') > F_c \rightarrow F(x, y, t) = F(x, y, t') - 4 \quad \text{und} \quad F(x', y', t) = F(x', y', t') + 1$$

wobei $F(x, y, t)$ die Kraft an dem Ort (x, y) zur Zeit t beschreibt, die gestrichenen Orts-Koordinaten die Nachbarn der ungestrichenen sind und $t' = t$ gilt, wenn die obige Bedingung für keinen Ort zutrifft. Nehmen Sie zufällig verteilte Anfangsbedingungen und eine kritische Kraft von $F_c = 4$. Addieren Sie nach jedem Zeitschritt $\Delta E = 10^{**}(-5)$ hinzu. Tragen Sie die durchschnittliche Kraft, welcher auf die Orte wirkt, über der Zeit auf. Erstellen Sie ein Histogramm, in dem Sie die Häufigkeit von Erdbeben als Funktion der Anzahl der Erdbeben je Zeitschritt darstellen ([1, 11.2.4]).

- d) Variieren Sie die Werte für ΔE und F_c und vergleichen Sie die Ergebnisse. Sind die Ergebnisse gut erklärbar?
- d) Präsentieren Sie die Grundgedanken, die hinter der Beschreibung durch Zelluläre Automaten steckt und führen Sie die einzelnen Modelle mit Ihren Ergebnissen vor.

Literatur

- [1] Kai Nordlund, Vorlesungsskript zu „Basics of Monte Carlo simulations“, Helsinki Institute of Physics (2006).